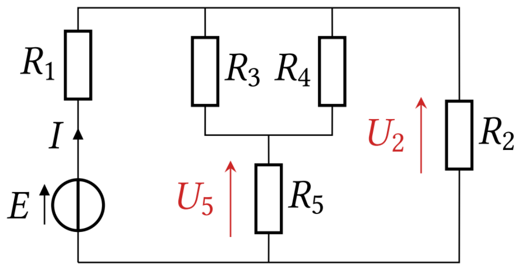
TPC1 2025/2026 – Correction du DM Physique n°1

I) Étude d'un circuit résistif

Toutes les résistances sont égales à R, mais sont numérotées pour faciliter la rédaction.



1) En ramenant le circuit à une unique résistance équivalente, déterminer l'intensité I.

Correction

Les résistances R_3 et R_4 sont montées en parallèle, et équivalent à R_{34} telle que

$$R_{34} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)^{-1} = \frac{R}{2}$$

Cette résistance R_{34} est montée en série de R_5, ce qui équivaut à

$$R_{345} = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

La résistance R_{345} est montée en parallèle de R_2, ce qui équivaut à

$$R_{2345} = \left(\frac{1}{R} + \frac{2}{3R}\right)^{-1} = \frac{3R}{5}$$

Enfin, cette résistance est montée en série de R_1, d'où

$$R_{eq} = R + \frac{3R}{5} = \frac{8R}{5} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{5E}{8R}}$$

2) Déterminer U_2 par la méthode de votre choix, puis en déduire U_5 en identifiant un pont diviseur de tension.

Correction

D'après la loi des mailles appliquée à la grande maille contenant R_1 et R_2,

$$E = R_1 I + U_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_2 = E - RI = \frac{3E}{8}}$$

L'association série de R_{34} et R_5 forme un pont diviseur de tension soumis à la tension U_2, d'où

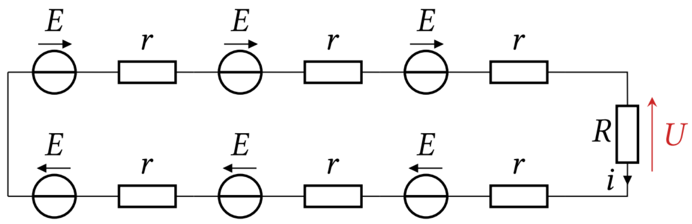
$$\boxed{U_5 = \frac{R_5}{R_5 + R_{34}}\, U_2 = \frac{E}{4}}$$

II) Une lampe qui donne tout

On dispose d'une lampe, équivalente à une résistance R, et de six piles identiques, de force électromotrice E et de résistance interne r. On cherche comment associer ces piles pour que la lampe brille le plus possible, c'est-à-dire pour que la puissance $\mathcal{P}$ dissipée par effet Joule dans la lampe soit maximale.

3) On envisage dans un premier temps de brancher les six piles en série avec la lampe. Faire un schéma du montage. Exprimer l'intensité qui circule dans la lampe et la puissance qu'elle reçoit.

Correction

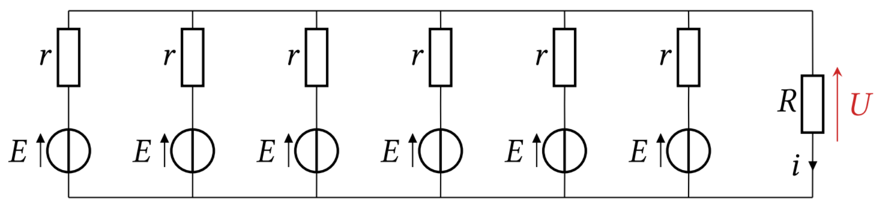


D'après la loi des mailles,

$$6E = Ri + 6ri \quad \Rightarrow \quad i = \frac{6E}{R+6r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathcal{P}_1 = R\left(\frac{6E}{R+6r}\right)^2}$$

4) Reprendre les mêmes questions dans le cas où les six piles seraient branchées en parallèle de la lampe.

Correction



Tous les générateurs étant identiques, ils sont traversés par le même courant égal à $i/6$ d'après la loi des nœuds. Ainsi,

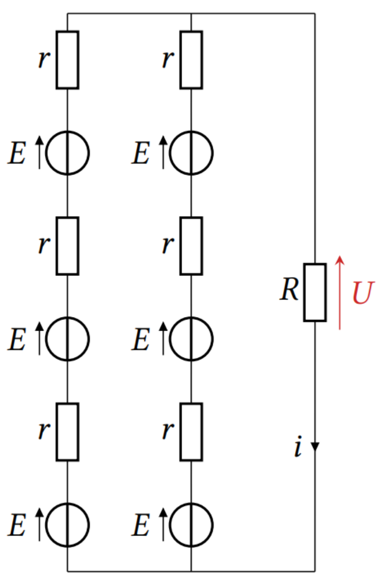
$$E = \frac{ri}{6} + Ri \quad \Rightarrow \quad i = \frac{6E}{6R+r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathcal{P}_2 = R\left(\frac{6E}{6R+r}\right)^2}$$

5) On envisage maintenant de former deux blocs de trois piles en série, et de placer ces deux blocs en parallèle de la lampe. Montrer que le courant traversant la lampe vaut

$$i = \frac{6E}{2R+3r}$$

Exprimer la puissance reçue par la lampe.

Correction



Les deux blocs sont identiques, donc traversés par le même courant $i/2$. D'après la loi des mailles,

$$3E = 3 \times \frac{ri}{2} + Ri \quad \Rightarrow \quad i = \frac{6E}{2R+3r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathcal{P}_3 = R\left(\frac{6E}{2R+3r}\right)^2}$$

6) On dispose d'une lampe telle que $R = 2r$. Simplifier les expressions précédentes et conclure sur la configuration optimale.

Correction

En supposant $R = 2r$, les expressions se simplifient en :

$$\mathcal{P}_1 = \frac{72E^2}{8^2 r} \qquad \mathcal{P}_2 = \frac{72E^2}{13^2 r} \qquad \mathcal{P}_3 = \frac{72E^2}{7^2 r}$$

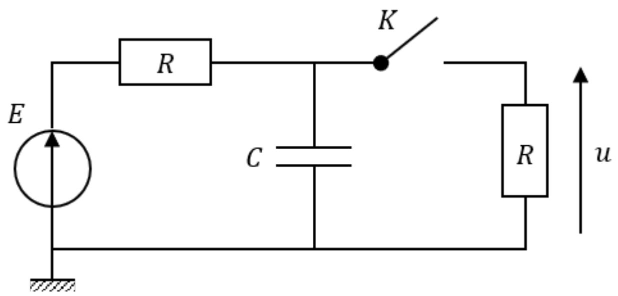
On en déduit donc :

$$\boxed{\mathcal{P}_3 > \mathcal{P}_1 > \mathcal{P}_2}$$

C'est donc la configuration à deux blocs de trois piles qui permet de faire briller le plus la lampe

III) Circuit RC à deux mailles

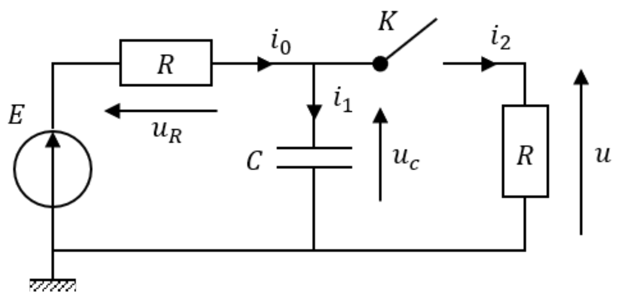
On considère le circuit représenté ci-dessous, dans lequel un régime permanent est atteint. À $t = 0$, l'interrupteur K est brusquement fermé.



7) Déterminer l'expression de u_0, la valeur de $u(t = 0^+)$.

Correction

Notations :



Commençons par $t = 0^-$. Le condensateur est équivalent à un circuit ouvert. Donc :

$$i_0 = i_1 = i_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_R = u = 0$$

Une loi des mailles donne :

$$u_c(0^-) = E$$

Par continuité de la tension aux bornes d'un condensateur :

$$\boxed{u_c(0^+) = E}$$

Le condensateur et la résistance de droite sont en dérivation, donc :

$$\boxed{u_c(0^+) = u(0^+) = E}$$

8) Déterminer l'expression de u_∞, la valeur de $u(t)$ lorsque $t \to +\infty$.

Correction

Le condensateur est équivalent à un circuit ouvert. Un pont diviseur de tension sur u donne immédiatement :

$$\boxed{u_\infty = \frac{R}{R+R}\,E = \frac{E}{2}}$$

9) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. La mettre sous forme canonique et identifier un temps caractéristique τ.

Correction

On part de la loi des mailles :

$$\begin{aligned}
&E = Ri_0 + u \\
&E = R\,(i_1 + i_2) + u && \leftarrow\ i_0 = i_1 + i_2 \\
&E = u + RC\frac{du}{dt} + u && \leftarrow\ u = Ri_2 \quad \text{et} \quad i_1 = C\frac{du}{dt} \\
&\boxed{\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{u_\infty}{\tau}} && \leftarrow\ \boxed{\tau = \frac{RC}{2}} \quad \text{et} \quad \boxed{u_\infty = \frac{E}{2}}
\end{aligned}$$

10) La résoudre entièrement et tracer $u(t)$.

Correction

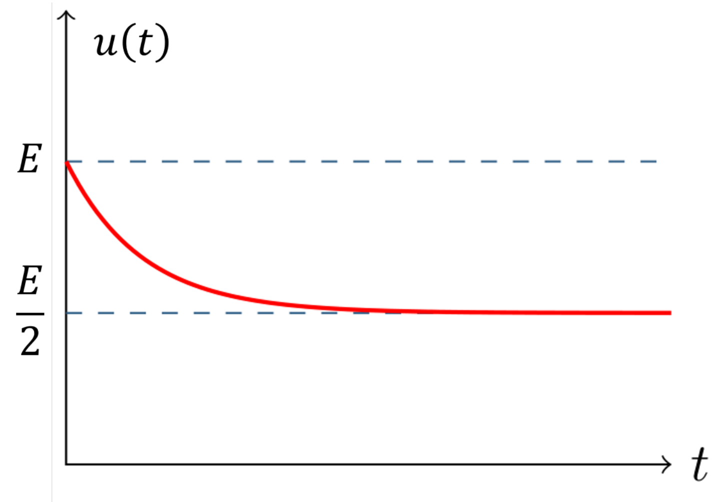
Forme générale :

$$u(t) = u_\infty + A\,e^{-t/\tau} = \frac{E}{2} + A\,e^{-t/\tau}$$

Avec la condition initiale :

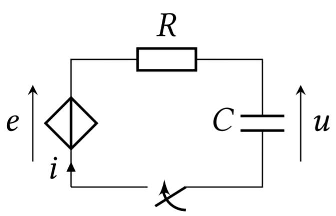
$$u(0^+) = E = \frac{E}{2} + A \quad \Rightarrow \quad A = \frac{E}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{u(t) = \frac{E}{2}\left(1 + e^{-t/\tau}\right)}$$

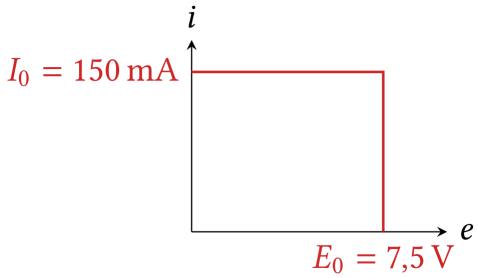
Graphe :



IV) Charge d'un condensateur par une alimentation stabilisée

On s'intéresse à la charge d'un condensateur par une alimentation stabilisée dans le circuit schématisé.





La résistance vaut $R = 20\ \Omega$ et la capacité du condensateur $C = 50\ \mu\text{F}$. Au contraire d'un générateur de tension, la caractéristique d'une alimentation stabilisée est non-linéaire, rectiligne par morceaux, ce qui change évidemment le comportement du circuit.

On posera $R_0 = \dfrac{E_0}{I_0}$ pour alléger les notations.

Pour $t < 0$, l'interrupteur est ouvert et le condensateur déchargé.

11) Déterminer les valeurs de $e(0^+)$ et $i(0^+)$ de l'alimentation stabilisée juste après fermeture de l'interrupteur à $t = 0^+$. Indication : tester les deux hypothèses « naturelles », et montrer qu'une seule des deux peut être correcte.

Correction

Par continuité de la tension d'un condensateur, $u(0^+) = 0$ et donc

$$e\left(0^+\right) = Ri\left(0^+\right)$$

Première hypothèse : si $e(0^+) = E_0 = 7{,}5$ V, alors $i(0^+) = \dfrac{E_0}{R} = 375$ mA $> I_0$, ce qui n'est pas possible.

Deuxième hypothèse : si $i(0^+) = I_0 = 150$ mA, alors $e(0^+) = RI_0 = 3$ V $< E_0$, ce qui est possible.

Conclusion : c'est la deuxième hypothèse qui est valable, et qui donne le point de fonctionnement de l'alimentation stabilisée.

12) Établir les expressions de $i(t)$, $u(t)$ et $e(t)$.

Correction

Au cours de cette première phase, le courant $i(t)$ reste constant.

$$\boxed{i(t) = I_0}$$

On en déduit :

$$C\,\frac{du}{dt} = I_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{u(t) = \frac{I_0}{C}\,t}$$

Enfin, d'après la loi des mailles :

$$\boxed{e(t) = RI_0 + \frac{I_0}{C}\,t}$$

13) Déterminer l'instant t_1 à partir duquel les lois d'évolutions établies à la question précédente sont modifiées. Calculer t_1 numériquement.

Correction

La tension $e(t)$ ne pouvant pas dépasser la valeur E_0, les expressions précédentes cessent d'être valables à l'instant t_1 tel que :

$$e(t_1) = E_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{t_1 = \frac{C}{I_0}\Big(E_0 - RI_0\Big) = C\Big(R_0 - R\Big) = 1{,}5\ \text{ms}}$$

14) Établir en fonction de $t - t_1$ les nouvelles expressions de $i(t)$, $u(t)$ et $e(t)$ pour $t > t_1$.

Correction

Lors de la deuxième phase pour $t > t_1$, la tension $e(t)$ reste constante,

$$\boxed{e(t) = E_0}$$

Déterminons $u(t)$. D'après la loi des mailles, en posant $\tau = RC$,

$$E_0 = Ri + u = RC\,\frac{du}{dt} + u \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E_0}{\tau}}$$

La solution est :

$$u(t) = A\ e^{-t/\tau} + E_0$$

La condition initiale s'exprime à l'instant t_1 (et non pas $t = 0$, puisque les équations ne sont valables qu'à partir de t_1) :

$$u(t_1) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ED}}}{=} A\ e^{-t_1/\tau} + E_0 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{CI}}}{=} \frac{I_0}{C}\ t_1$$

On en déduit :

$$A\ e^{-t_1/\tau} + E_0 = I_0\Big(R_0 - R\Big) \quad \Rightarrow \quad A = -RI_0\ e^{+t_1/\tau}$$

Ainsi,

$$\boxed{u(t) = -RI_0\ e^{-(t-t_1)/\tau} + E_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{i(t) = C\,\frac{du}{dt} = I_0\ e^{-(t-t_1)/\tau}}$$

15) Représenter les trois courbes $Ri(t)$, $u(t)$ et $e(t)$ sur la même figure et en précisant les échelles.

Correction

On trouve numériquement $\tau = 1$ ms, ce qui permet de tracer les courbes.